

Medidas y geometría

Los dossiers de Maria Antònia Canals



Medidas y geometría

Maria Antònia Canals



Dossiers

R O S
S E N
S A T
108

Medidas y geometría. Los dossiers de Maria Antònia Canals

Título original: *Mesures i geometria. Els dossiers de la Maria Antònia Canals*, Associació Rosa Sensat, 2016

Traducción al castellano: Marta Breu

Primera edición: julio de 2016

© Maria Antònia Canals

© De esta edición:

Ediciones OCTAEDRO, S.L.
C/ Bailén, 5 – 08010 Barcelona
Tel.: 93 246 40 02 – Fax: 93 231 18 68
<http://www.octaedro.com>
e-mail: octaedro@octaedro.com

Associació de Mestres Rosa Sensat
Avda. Drassanes, 3 – 08001 Barcelona
Tel.: 93 481 73 81 – Fax: 93 301 75 50
e.mail: redacció@revistainfancia.org

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

ISBN: 978-84-9921-841-0
Depósito legal: B. 14.955-2016

Diseño de cubierta: Teresa Canal
Ilustraciones: Pere Puig
Fotografías: Miquel Manyen
Realización: Editorial Octaedro

Impresión: Limpergraf

Impreso en España
Printed in Spain

Índice

Prólogo			7
Presentación: la medida			9
BLOQUE I. Medidas de longitud			17
Orientaciones didácticas y actividades			19
Tema 1	Comparaciones sencillas de longitudes	LG-02	19
Tema 2	Ordenación de materiales por su longitud	LG-04	20
Tema 3	Primeras acciones propiamente contables	LG-06	21
Tema 4	Empecemos a medir con unidades corporales	LG-08	22
Tema 5	Primeros instrumentos y unidades familiares. ¿cuántas veces cabe?	LG-10	23
Tema 6	La unidad oficial. El metro de madera y cintas métricas. El resultado es un número y un nombre	LG-12/14	25
Tema 7	¿Dónde empezamos a medir: en el 0, o en el 1?	LG-16	27
Tema 8	Unidades más pequeñas: reglas y escuadras para medir	LG-18/20	28
Tema 9	Práctica de medidas y estimación de resultados	LG-22	30
Tema 10	Medidas de longitud, algunas cosas de geometría, y significado de los nuevos números decimales	LG-24/26	32
Tema 11	Unidades del sistema métrico decimal. Múltiplos y submúltiplos. Conversiones	LG-28	33
BLOQUE II. Medidas de masa o peso			37
Orientaciones didácticas y actividades			39
Tema 1	Una balanza con nuestro propio cuerpo. Comparar objetos por peso y ordenarlos	PE-02/04	39
Tema 2	Primeras actividades con balanzas y unidades familiares	PE-06	41
Tema 3	Presentación del kilogramo como unidad oficial más cercana y práctica de pesadas	PE-08/10	42
Tema 4	La medida del peso y la vida cotidiana. Nuevos tipos de balanzas y de unidades	PE-10/12	43
Tema 5	Primeras leyes lógicas de las balanzas de brazos	PE-14	45
Tema 6	Las unidades de masa en el SMD. Múltiplos y submúltiplos del gramo. Estimación de resultados	PE-16/18	45
Tema 7	La ley de la equivalencia, pensando y calculando con balanzas de brazos	PE-20	47

BLOQUE III. Medidas de tiempo 51

Orientaciones didácticas y actividades 53

Tema 1	Una primera noción del tiempo a través de los cuentos	TP-02	54
Tema 2	Ordenación de secuencias temporales sencillas	TP-04	55
Tema 3	Comparación de intervalos. Un reloj hecho con dos velas	TP-06	56
Tema 4	Primeras unidades oficiales: el día y la noche. La hora. La semana	TP-08	57
Tema 5	Nuevas unidades: los minutos y los segundos	TP-10	60
Tema 6	Diferentes tipos de relojes, y siempre medida indirecta	TP-18/20/22	61
Tema 7	Días, meses, años, siglos, milenios... Tantas unidades, ¡y un calendario!	TP-16/18	65

BLOQUE IV. Medidas de superficie 67

Orientaciones didácticas y actividades 69

Tema 1	Diferenciar el contorno y la superficie de las figuras. Varias actividades y puzles	SU-02/03	70
Tema 2	Comparar superficies con unidades familiares. Componer y descomponer figuras. Clasificarlas y ordenarlas por criterios de superficie	SU-04/05/06	71
Tema 3	Primeras unidades oficiales: m ² , dm ² , cm ² . Con un panel y con las regletas numéricas	SU-08/10	73
Tema 4	Las demás unidades en el marco del SMD. Ley de crecimiento de las unidades de superficie	SU-12/14	74
Tema 5	El área de algunos polígonos y fórmulas sencillas. Un primer contacto con el número π , y llegamos al círculo	SU-16/18	76
Tema 6	El área de figuras planas irregulares, todo un problema: una primera investigación sencilla, con aproximaciones	SU-20/22	78

BLOQUE V. Medidas de capacidad y de volumen 79

Orientaciones didácticas y actividades 81

Tema 1	Comparar líquidos en varios recipientes. Ordenar por capacidad y preparar la «conservación»	CA-02	82
Tema 2	El litro, unidad principal de capacidad en el SMD. Noción vivencial y primeras estimaciones	CA-04/05	83
Tema 3	Fomentar el conocimiento de los cuerpos tridimensionales. Clasificarlos y ordenar algunos por su volumen	VO-02/03/04	84
Tema 4	Las unidades de capacidad en el SMD. Su crecimiento. Conversiones de unidades y primeros cálculos	CA-06/07/08	85
Tema 5	Trabajo previo del volumen con las regletas numéricas. Pasamos a la unidad oficial. Construimos nuestro metro cúbico en clase	VO-06/07/08	86
Tema 6	Las otras unidades de volumen del SMD. Su ley de crecimiento. Equivalencias y ordenaciones	VO-10/11/12	87
Tema 7	¿Las unidades de capacidad y de volumen son las mismas? Comparaciones entre ellas y utilidad de todas	CA-16/VO-18	89

Prólogo

Quiero dedicar este dossier a todos los maestros y maestras que lo tenéis en las manos, con el deseo de que os sugiera muchas más actividades y nuevos pasos adelante. Me gustaría contagiaros mi esperanza e ilusión de ir mejorando los aprendizajes de nuestros niños y niñas. Es a ellos y ellas, en definitiva, a quienes va dirigido.

Todos estos dossieres son el resumen de mi largo camino por el mundo de la educación matemática: se han ido gestando durante toda mi vida de maestra y han podido nacer a cobijo del GAMAR, el Gabinete de Materiales y de Investigación de la Universidad de Gerona, que me está permitiendo vivir una vejez feliz y espero que fecunda.

En primer lugar, debo expresar mi agradecimiento a la Asociación de Maestros Rosa Sensat, a la que me siento estrechamente ligada desde sus inicios, por el acogimiento que brindó a la idea de esta publicación. Y también a la Fundació Girona Universitat i Futur por su interés y ayuda. Ambas instituciones me han mostrado su confianza y ello ha significado un importante refuerzo en mi trabajo.

También quiero agradecer la colaboración de algunos compañeros y compañeras maestros, o maestros en potencia, que con su ayuda han hecho posible el reto de preparar todos los dossieres en un año, con el objetivo de poderlos estrenar en un acontecimiento colectivo importante como es el de las XIV JAEM (Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas) del colectivo de enseñantes de matemáticas de España, celebrado en Gerona el año 2009.

En este dossier, dedicado a los números y las operaciones con los alumnos mayores de Primaria, quiero agradecer de forma especial la colaboración de dos compañeras y amigas: Elvira Figueras, que me ha aportado varias ideas y los materiales para trabajar la divisibilidad, y Carmen Alemany, que me ha ayudado no solo con el testimonio de un trabajo excepcional con sus alumnos de la escuela El Roure Gros de Osona, sino también con su decidida posición respecto del cálculo con los chicos y chicas mayores, sin mecánicas absurdas y con toda la racionalidad del buen cálculo mental.

Entre los colaboradores, agradezco especialmente al fotógrafo y amigo Rafel Bosch su trabajo, repleto de arte y buena técnica. Gracias a él los dossieres cuentan con la riqueza de unas imágenes atractivas y de calidad, que, sin duda, los harán más agradables.

Quiero citar también a los compañeros y compañeras de los colectivos más cercanos a mi trabajo: el grupo Perímetro de Gerona, el grupo Asimétrico de El Bages, la ADEMGI (Asociación de Enseñantes de Matemáticas de Gerona) y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, porque me ilusiona pensar que todos y todas los acogeréis con cariño.

Y, sobre todo, no puedo dejar de pensar en los centenares y millares de alumnos de magisterio, alumnos de escuela, sobrinos y sobrinas y otros niños y niñas, que son, sin duda, quienes más cosas me han enseñado.

Maria Antònia Canals
Gerona

Presentación: la medida

El desarrollo de las diferentes medidas siempre ha ido unido al progreso de la humanidad en todos sus ámbitos científicos, artísticos e históricos. Por eso el campo de las medidas es en realidad muy amplio, casi sin límites.

Aquí solamente trataremos las más directamente relacionadas con las matemáticas, que solemos trabajar en la escuela primaria, dejando la medida de la probabilidad o azar, que es también una magnitud de carácter aleatorio, y que ya hemos abordado en el dossier correspondiente, el 103.

Según Alan J. Bishop, la medida es una de las seis actividades matemáticas comunes en todas las culturas del mundo (Alan J. Bishop, *Enculturación matemática*, Paidós, Barcelona, 1999).

• ¿Qué es la medida?

La medida es la experiencia de cuantificación de algunas magnitudes continuas, que pueden ser las que cada centro educativo crea que están más relacionadas con su realidad, y que generalmente se concretan en las que trataremos en este dossier y en otro que le seguirá, tal como detallaremos a continuación.

Antes, sin embargo, intentando concretar más la naturaleza de esta experiencia, podemos afirmar que trabajar una medida consiste en comparar una magnitud continua de cualquier objeto o espacio con una concreción de la misma naturaleza, previamente decidida por consenso, a la que llamamos **unidad**, y llegar a un número que exprese cuántas veces esa magnitud contiene esta unidad.

• Trabajo de las medidas en la escuela

Los niños y niñas, chicos y chicas, tienen muchas ocasiones para practicar medidas, tanto en su vida cotidiana como en los juegos. En la escuela nos proponemos ofrecerles todavía más, añadiendo siempre una invitación a la reflexión y la expresión verbal de lo que han visto y descubierto, para ayudarles a consolidar los nuevos conceptos. Eso es lo que solemos llamar **aprendizaje**.

Como en muchos otros campos de la ciencia, el proceso de aprendizaje de la medida empieza por tener en cuenta la experiencia adquirida a partir de la vida cotidiana; continúa con la observación de distintas magnitudes en el entorno cercano (longitudes, peso de diferentes objetos, superficie de figuras bidimensionales, volúmenes de cuerpos sólidos, amplitudes de giros efectuados, capacidad de fluidos e intervalos y concreción de varios momentos del tiempo).

En este primer estadio predominan el movimiento y la manipulación de materiales, que desencadenan la reflexión, es decir, la construcción de relaciones mentales, y en particular las de equivalencia y de orden. La **expresión verbal** ayuda a concretar el pensamiento, por lo que conviene fomentar que los niños y niñas expresen con palabras (lo cual a veces, pero no siempre, incluye un escrito) lo que han visto, hecho y pensado. Otro aspecto importante es la práctica anticipada o **estimación de los resultados** de las medidas realizadas, que fomenta el realismo y el significado auténtico de la actividad.

Solo después de haber dado estos pasos, y nunca antes del inicio del segundo ciclo de Primaria, puede tener algún sentido introducir a nuestros alumnos en algunas actividades que se derivan de ellos, en las que interviene sobre todo el cálculo, como son las relaciones entre los distintos órdenes de unidades.

Así, al trabajar la medida en la escuela deberíamos partir del siguiente criterio fundamental: no se trata de algo que hay que «estudiar», «escribir» o ni siquiera «calcular», sino que se trata de algo que hay que **hacer**, que dimana directamente de la acción, nuestra y de nuestros alumnos, con y para la realidad que nos rodea, y que por tanto es susceptible de error, de ensayo y de construcción progresiva.

La medida es quizás el capítulo de las matemáticas más ligado a la experimentación, pero una experimentación entendida no solo como la condición necesaria para la construcción de cualquier conocimiento, sino entendida también en el sentido de que si no practicamos la medida aplicada a magnitudes de algún objeto o espacio real no somos fieles a su naturaleza, y por tanto no realizamos auténtica medida.

Por este motivo, en la escuela no debería ser un capítulo más de las matemáticas, únicamente numérico, sino que debería ser un auténtico resultado de los distintos campos que concurren en ella, empezando por la relación intrínseca con la realidad, y especialmente con el espacio, y pasando por el aprendizaje de usar correctamente unos instrumentos específicos.

Queremos recordar aquí que el gran pedagogo Ovide Decroly convertía la medida en el eje transversal del aprendizaje de todas las matemáticas, convencido de que trabajarlas era una ocasión privilegiada e insustituible.

• Medidas que solemos incluir en el ámbito de las matemáticas

La medida suele concretarse siempre en relación con otros campos del saber, y especialmente con los de los números, la geometría y la física, de los que resulta inseparable.

Dentro de esta concepción general, las que tradicionalmente se han asumido en la escuela como más directamente ligadas al campo de las matemáticas son las siguientes:

Relacionadas con la geometría

- La **longitud** de segmentos, distancias que evidentemente pueden ser rectas o curvas.
- El área o **superficie** de figuras que pueden ser planas o curvas.
- El **volumen** de cuerpos sólidos.
- La **amplitud de los ángulos**.

Relacionadas con la física

- La **masa** (optamos por decir **peso**, para una mejor comprensión de los alumnos).
- La **capacidad**, ligada a la noción de volumen, ya que es el volumen de líquidos o fluidos.
- El **tiempo**, muy especial, ya que en él vivimos inmersos.

Y todas están relacionadas con el mundo de los números y de las operaciones.

También existen otras medidas, como por ejemplo la temperatura, la velocidad, la densidad..., que no incluimos aquí, y que son muy interesantes de experimentar y trabajar en la escuela en el marco del conocimiento del medio y de las ciencias naturales y sociales.

En la dificultad de incluir todas las que ahora nos interesan en el volumen editorial posible para cada uno de nuestros dossiers, hemos optado por presentar en el actual las cinco primeras, tal como se encuentra detallado en el índice general, y dejar una segunda parte de las medidas de superficie y volumen, junto con el denso trabajo de la noción y la medida de los ángulos, para un nuevo dossier, que ya desde ahora nos proponemos que siga al actual tan pronto como nos sea posible.

• Para acompañar el aprendizaje de las medidas en la escuela

Proponemos un proceso común para todas ellas, que podríamos concretar así: una «fase de preparación», seguida de tres etapas propiamente dichas, que llamaremos «1ª», «2ª» y «3ª», que sumarán un total de cuatro.

Se trata de tener en cuenta que todo este conjunto hay que aplicarlo a edades distintas para cada tipo de medida. Este hecho queda suficientemente reflejado en los currículos escolares: efectivamente, todos solemos comenzar la medida de longitud al final de la etapa de Infantil, y en cambio no trabajamos la del volumen hasta el final de la Primaria.

Antes de presentar estas fases, nos gustaría llamar la atención sobre el hecho siguiente: cuando se trata de las magnitudes más complejas, como por ejemplo la superficie o el volumen, corremos el peligro de empezar directamente por las actividades propias del segundo o tercer ciclo de Primaria, ya que nos parecen más adecuadas para los niños y niñas mayores, y descuidar totalmente las de la primera fase de preparación.

Nosotros pensamos que esto es un error, y que siempre hay que seguir todos los pasos sin olvidarse nunca de las primeras actividades, sea cual sea la edad de los alumnos, sabiendo, no obstante, que no hará falta dedicar el mismo tiempo a cada una de las magnitudes que trabajamos, ya que los alumnos, al ser mayores, tendrán ya la madurez para aplicar a las nuevas realidades muchos de los esquemas mentales ya anteriormente construidos.

Por ello, en las medidas de longitud (bloque 1) presentamos una etapa de preparación tan detallada que ocupa los seis primeros temas. En cambio en otros bloques del dossier, correspondientes a las medidas de otras magnitudes, hemos reducido mucho las primeras actividades, teniendo en cuenta la extensión de

todo el dossier y contando que para cada una de las medidas podréis consultar ese primer bloque 1, y seguir unas actividades similares en su fase de preparación.

Resumiendo: sea cual sea la edad en que se inicia el trabajo de una medida, debemos empezar por asegurar las habilidades propias de la que hemos denominado «fase de preparación», ya que son el fundamento para un aprendizaje significativo y sólido. Si no lo hiciéramos así, más tarde podrían aparecer dificultades inesperadas.

• Fase de preparación

Consiste en lograr un conocimiento claro de la magnitud a la que se refiere la medida, basado en las nociones de equivalencia y de orden, y practicar una primera aplicación intuitiva en situaciones sencillas. Por ello será necesario practicar varias actividades basadas en clasificaciones y ordenaciones y a menudo ligadas a situaciones de la vida cotidiana de la clase. Este período tiene como objetivo conseguir que los niños tengan una noción de la *conservación de la magnitud correspondiente* en el sentido de J. Piaget, es decir, más allá de las apariencias perceptivas, antes de iniciar propiamente su medida en la primera etapa. Así, por ejemplo, parece que sería absurdo estudiar las medidas de ángulos y sus unidades sin que los alumnos supieran en realidad qué es un ángulo (noción, por otra parte, nada fácil), supieran reconocer si un ángulo es mayor o más pequeño más allá de la longitud de sus lados, y también supieran reconocer algunas situaciones en las que nos resultaría útil medir un ángulo.

• Etapa 1: Inicio. Descubrimiento de la unidad y uso de los primeros instrumentos

Esta etapa supone la introducción de una unidad, que es ya una noción conceptual, y también la idea clave de que la medida es constatar «cuántas veces cabe esta unidad» en la magnitud concreta que queremos medir.

La unidad a menudo presenta a los niños y niñas más dificultades de las que creemos. Existen algunas medidas cuyas unidades, al practicarlas, tenemos a mano o a la vista (por ejemplo, todas las pesas que se deben poner en un platillo de la balanza), y otras cuyas unidades se van presentando sucesivamente en el tiempo, y, entonces, no las vemos todas a la vez (por ejemplo, cuando ponemos un pie tras otro en el intento de medir la longitud de un camino, o la anchura de nuestra clase). Necesitamos comprender que esta última situación es un problema añadido para los alumnos de las primeras edades.

Otro aspecto que es preciso considerar es la conveniencia de empezar por introducir una «unidad familiar», acordada entre todos en clase, que les resulte muy cercana, y luego pasar a la unidad oficial generalmente reconocida por todos en nuestra cultura.

Seguidamente habrá que iniciarse en el uso de unos primeros instrumentos, también «familiares» (las primeras balanzas son nuestros brazos). Esta práctica llevará a los niños y niñas al primer descubrimiento de que a menudo el resultado no es un número exacto de veces, y para adaptarnos a la realidad necesitamos también otras unidades «muy pequeñas» o bien «muy grandes».

Finalmente, debemos tener en cuenta que, ya desde las primeras experiencias de medida, es indispensable que los niños se acostumbren a la idea de que, cuando se trata de escribir el resultado, necesitamos no únicamente el número, sino un número y un nombre, el de la unidad, que puede representarse por una letra u otro signo, pero que no podemos olvidar.

• Etapa 2: Práctica con nuevas unidades y nuevos instrumentos

Más adelante, los niños y niñas llegan casi espontáneamente a una nueva fase en la práctica de las medidas, en la que, si anteriormente se ha trabajado bien, ya tienen competencias más avanzadas tanto en el terreno propio del conocimiento de las magnitudes que nos proponemos medir como en los terrenos de la lógica, la geometría y el cálculo. Por eso, esta madurez de sus capacidades, que solo cada maestro puede conocer y juzgar, es el índice adecuado para iniciar esta segunda etapa, que podríamos considerar que está caracterizada por los siguientes hechos o condiciones:

- Desear mejorar el propio conocimiento del mundo que nos rodea y considerar provechosa la aportación de las medidas en este sentido.
- Tener un buen dominio de la base decimal de numeración (o de otra base de medida en el caso de los ángulos y del tiempo) y un conocimiento auténtico, es decir, no adulterado por una práctica solo mecánica de los números fraccionarios y decimales.

Es el momento de constatar que en muchos casos, de las medidas ya practicadas anteriormente (en la etapa anterior), nos faltan unas unidades más grandes (por ejemplo, todos empleamos los kilómetros cuando hablamos de las distancias de un viaje o de las toneladas si hablamos del peso de un camión) y en otros casos necesitamos unidades más pequeñas, como en el caso de los centímetros, muy cercanos a los alumnos ya que los traen a diario representados en un instrumento de su propio estuche.

También, en algunos casos, es el momento de aprender a usar nuevos instrumentos que resultan más difíciles de manejar, o de aprender a usar con más precisión los que ya se conocen.

Cuando sea necesario, el cálculo nos ayudará a relacionar numéricamente unas unidades con otras, pero cabe recordar que el objetivo de la medida no es calcular bien, sino acercarnos mejor a la realidad, con más eficacia.

El conocido método de ensayo y error es especialmente indicado en esta etapa, ya que, para todas las medidas, se empieza como mínimo más allá de los 8 años, edad en la que la mayoría de los niños y niñas ya empiezan a ser capaces de recordar experiencias anteriores relacionándolas con las actuales, lo que les permite sacar conclusiones y aplicarlas en cada nueva práctica. Por eso suele tratarse de un momento especialmente adecuado para practicar la **estimación de resultados**, antes de practicar la medida y hacer posible su mejora en la adecuación o corrección posterior.

• Etapa 3: Consolidación y perfeccionamiento

Intentando considerar las características propias de la medida en esta etapa, en primer lugar destaca que, si han superado bien las etapas anteriores, generalmente en el último ciclo de Primaria los chicos están preparados para adquirir una buena práctica y conocimiento de las diferentes unidades de los **sistemas de medida** (métrico, sexagesimal...) y de sus relaciones mutuas, y llegan a dominar las posibles conversiones o intercambios entre ellas.

Al mismo tiempo, ya tienen un buen conocimiento de los números decimales, el cual incluye la comprensión de su naturaleza y la práctica de las operaciones.

Este conocimiento es el que les va a permitir realizar las conversiones o intercambios entre las diferentes unidades, tanto las de longitud como las de las demás medidas.

También, para trabajar en esta «tercera etapa de las medidas», los alumnos deberían tener un buen nivel de cálculo mental. Por ello, los maestros deberíamos huir de la tentación, muy fuerte en el tercer ciclo de Primaria, de confundir la práctica de las medidas con una buena mecánica de las operaciones escritas, especialmente la multiplicación y la división.

Otra característica de esta etapa es lograr una comprensión correcta del concepto de **aproximación**, no como una estimación de resultados (ya practicada en las etapas anteriores) sino como una técnica estrechamente ligada a la búsqueda de la exactitud, de la verdad, que a veces parece que se nos quiera escapar. La misma palabra *aproximación* puede significar «acercarse». Por eso insistimos en que se trata de una técnica. Los chicos y chicas mayores de Primaria pueden empezar a captar este aspecto, muy ligado, por otra parte, a la naturaleza de los números decimales, especialmente los de infinitas cifras no periódicos.

No olvidemos que demasiadas veces se han producido intentos para que los alumnos aprendan el número π , pero sobre todo sin advertirles que estamos entrando en un campo de los números decimales diferente al que conocíamos hasta ahora (en que cualquier decimal equivale a una fracción), y creemos que si les hablamos de este número debemos decirles la verdad: que de momento solo lo podrán comprender en el sentido de que se trata de una aproximación. Nunca resulta lícito emplear las matemáticas con alguna trampa dialéctica para fingir que son más fáciles, o más divertidas... Si hacemos esto, afortunadamente para ellos, los niños y niñas no nos creerán, ni en las primeras edades ni en Secundaria.

Finalmente, queremos añadir que parece interesante, en esta etapa, comenzar a practicar algunos métodos llamados de «medida indirecta», principalmente las medidas de tiempo, de volumen y de superficie.

Esta práctica consiste en resolver el problema de algunos casos en los que o no tenemos los medios o instrumentos adecuados o no están a nuestro alcance porque todavía no los conocemos; entonces usamos los propios de otra magnitud más conocida que se relaciona con la nuestra.

En los bloques correspondientes, entre los que destacan los de medidas de tiempo, de superficie y de volumen, encontraréis algún ejemplo. La medida indirecta ha sido un camino en la historia humana de la ciencia. Para nuestros alumnos, es una solución de algunos casos, pero sobre todo es un primer paso hacia una investigación sencilla bastante interesante.

Intentaremos resumir en un cuadro lo que hemos aconsejado para cada etapa.

• Características de las diversas etapas del trabajo de las medidas

OBJETIVO	ACTIVIDADES	COMPETENCIAS Y CONCEPTOS
FASE DE PREPARACIÓN		
<ul style="list-style-type: none"> – Conocimiento de la magnitud – Llegar a la conservación de la cantidad, indispensable para iniciar la medida 	<ul style="list-style-type: none"> – Comparar la magnitud con alguna parte del propio cuerpo y experimentar contrastes – Componer y descomponer – Clasificar y ordenar materiales sensoriales según la magnitud que estamos trabajando – Comparación indirecta con un objeto (un mueble, una cuerda...) 	<ul style="list-style-type: none"> – Conteo. Reconocimiento a simple vista de cantidades hasta 4 – Dominio de los movimientos del propio cuerpo, y comentario: «¿qué ha pasado?» – Primeras nociones topológicas de geometría – Primera aproximación a la noción de medida, todavía muy ligada a la acción y al instrumento empleado
ETAPA 1: DE INICIO		
<ul style="list-style-type: none"> – Adquirir las nociones básicas: de medida y de unidad – Iniciar el uso de los primeros instrumentos estándar 	<ul style="list-style-type: none"> – Descubrir la necesidad de una unidad general para entendernos – Pasar del uso de la unidad familiar al de la oficial, y al del instrumento correspondiente – Escribir correctamente los resultados 	<ul style="list-style-type: none"> – Noción conceptual de unidad (y de cuántas veces cabe...) – Conocimiento de la unidad oficial correspondiente a partir de la información del maestro – Comprensión de que las medidas no empiezan en el 1, sino en el 0 – Descubrimiento: cuanto mayor es la unidad, menor es el resultado
ETAPA 2: PRÁCTICA		
<ul style="list-style-type: none"> – Llegar a una primera experiencia y a una idea realista 	<ul style="list-style-type: none"> – Elegir adecuadamente la unidad y el instrumento pertinente – Trabajar con más precisión – Interesarse por las unidades mayores y menores, y sus relaciones – Practicar sistemáticamente la estimación previa de resultados 	<ul style="list-style-type: none"> – Relación de las medidas con hechos de la vida cotidiana con problemas – Nociones sólidas de geometría, especialmente de figuras planas – Dominio práctico de la base decimal – Ver la relación de los resultados con las fracciones y los decimales – Detectar errores y corregirlos
ETAPA 3: DE CONSOLIDACIÓN		
<ul style="list-style-type: none"> – Llegar a construir un concepto general de las medidas, más allá de las que podemos percibir 	<ul style="list-style-type: none"> – Dominar las conversiones entre diferentes órdenes de unidades del mismo sistema – Aprovechar algunas relaciones entre distintas magnitudes –volumen/capacidad; ángulos/giros–, para resolver medidas por caminos inesperados – Practicar la aproximación y entenderla como una técnica para buscar la exactitud 	<ul style="list-style-type: none"> – Conocimiento de los principales sistemas de unidades de medida: sistema métrico decimal (SMD) y sexagesimal (ángulos y tiempo) – Dominio de la proporcionalidad numérica – Dominio de los conceptos geométricos de dimensión, figuras, cuerpos y ángulos – Inicio de un primer gusto y competencia por la investigación

Como ya hemos dicho anteriormente, si bien las etapas que acabamos de presentar pueden ser consideradas comunes en todos los tipos de medidas que trabajamos en la escuela, esto no supone que tengamos que trabajar simultáneamente las que corresponden a diferentes magnitudes, ya que cada una de ellas tiene unas características particulares que requieren tanto una diferencia en la madurez del pensamiento lógico como en otras competencias matemáticas.

- Las etapas de aprendizaje de las medidas se concretan en una edad o en otra según de qué magnitud se trate

Los niños y niñas tienen dificultades muy diferentes para comprender unas magnitudes u otras, y esto provoca que sus medidas de estas magnitudes resulten más o menos adecuadas en distintas edades escolares.

En esta línea, y siempre teniendo en cuenta que lo decimos solo a modo orientativo, avanzamos un resumen que vendrá bien consultar al comenzar cada uno de los bloques de este dossier.

MEDIDAS PARA TRABAJAR	ETAPA ACONSEJABLE	RELACIÓN CON NOCIONES O COMPETENCIAS
CICLO INFANTIL		
Longitud Peso Tiempo	Preparación Preparación Preparación	– Dominio de movimientos – Cuentos y relatos – Geometría: líneas y caminos
1er CICLO PRIMARIA		
Longitud y peso Tiempo Superficie Capacidad	Etapa 1 Etapa 1 Preparación Preparación	– Equivalencias en general – Experiencias de vida – Geometría: figuras planas – Conservación de la cantidad
2º CICLO PRIMARIA		
Longitud Peso Tiempo Superficie Capacidad Volumen Relación entre ellas Ángulos	Etapa 2 Etapa 2 Etapas 1 y 2 Etapas 1 y 2 Etapas 1 y 2 Etapa 1 Etapa 1 Preparación y etapa 1	– Aplicación a problemas reales – Conocimiento práctico de diferentes relojes – Geometría: Polígonos, clasificaciones. Tangrams y puzles – Estudio de volúmenes y cuerpos – Cuadrados y cubos («regletas») – Giros en el plano y en el espacio
3er CICLO PRIMARIA		
Ángulos Todas las medidas	Etapas 2 y 3 Etapa 3	– Clasificación y ordenación, más allá de la percepción visual – Cálculos e intercambios de unidad

Los conceptos y la edad de empezar son propios de cada medida. El esquema general de aprendizaje es el mismo.

Presentamos este dossier organizado en los siguientes bloques:

- **Bloque I.** Medidas de longitud
- **Bloque II.** Medidas de peso
- **Bloque III.** Medidas de tiempo
- **Bloque IV.** Medidas de superficie
- **Bloque V.** Medidas de capacidad y volumen

Dejamos el trabajo de las medidas de ángulos, y un mayor ahondamiento en las de superficie y volumen, para el nuevo dossier en preparación, el 111: «Medidas y geometría II»

En cada bloque encontraréis:

- Un índice de los diferentes temas parciales que se tratan y de los materiales, actividades y anexos que les corresponden. Cada tema va encabezado con el título (o similar) y el segundo grupo de letras del código que lo identifica en la página web del GAMAR: <<http://gamar.udg.edu>>. A nuestro dossier le corresponde la pestaña de «Materiales» llamada «Medida», que se identifica con el código ME seguido de las letras que identifican de qué magnitud se trata. Para agilizar la lectura, aquí ya no vamos a ir repitiendo en cada tema el primer grupo de letras (ME), sino que tan solo vamos a poner el segundo grupo de letras que las define: LG/PE/TP/SU/CA y VO/AN, respectivamente.
- Una parte central, **Orientaciones didácticas y actividades**, que está formada por la presentación de cada tema, con su papel y objetivos específicos dentro del aprendizaje general de la medida, seguida de varias propuestas de actividades, tal como se señala en el índice correspondiente.
- Una última parte, **Anexos**, con ejemplos de fichas de trabajo y plantillas fotocopiables, para facilitar la creación de algunos materiales por parte de los propios maestros.

En este dossier hemos sustituido los anexos por unas actividades un poco más largas, y sobre todo por una referencia mucho más abundante de actividades que podéis encontrar en nuestros cuadernos.





Bloque I

Medidas de longitud

Índice

BLOQUE I. Medidas de longitud

Orientaciones didácticas y actividades			19
Tema 1	Comparaciones sencillas de longitudes	LG-02	19
Tema 2	Ordenación de los materiales por su longitud	LG-04	20
Tema 3	Primeras acciones propiamente contables	LG-06	21
Tema 4	Empecemos a medir con unidades corporales	LG-08	22
Tema 5	Primeros instrumentos y unidades familiares. ¿Cuántas veces cabe?	LG-10	23
Tema 6	La unidad oficial. El metro de madera y cintas métricas. El resultado es un número y un nombre	LG-12/14	25
Tema 7	¿Dónde empezamos a medir: en el 0, o en el 1?	LG-16	27
Tema 8	Unidades más pequeñas: reglas y escuadras para medir	LG-18/20	28
Tema 9	Práctica de medidas y estimación de resultados	LG-22	30
Tema 10	Medidas de longitud, algunas cosas de geometría, y significado de los nuevos números decimales	LG-24/26	32
Tema 11	Unidades del sistema métrico decimal. Múltiplos y submúltiplos. Conversiones	LG-28	34

Orientaciones didácticas y actividades

La longitud es sin duda, para los niños y niñas, una de las medidas más fáciles, y la noción que de ella tienen los niños y niñas parece sostenerse directamente en su acción de caminar. Efectivamente, los niños y niñas ya tienen una primera idea intuitiva de la longitud cuando concretan que han hecho un camino «muy largo» o «muy corto». Esta idea creemos que va ligada a la incipiente noción geométrica de línea, y se concreta ya como tal cuando distinguen si una cuerda, una cinta o cualquier otra cosa que les damos para representar un segmento lineal es más larga o más corta que otra independientemente de si adopta la forma de una línea recta o la de una curva.

Resumiendo, podemos afirmar que se requiere tener la noción de línea mínimamente asumida para entrar en el campo de la medida de longitud.

En el caso de esta medida, como ocurre también con la de masa o peso, las etapas que hemos citado en el cuadro I de la presentación general (páginas 13 y 14) y que ahora os aconsejamos retomar pueden coincidir perfectamente con las etapas escolares de Infantil 3-6 y los tres ciclos de Primaria.

Hay que recordar aquí lo dicho en la preparación general del dossier, respecto al hecho de haber detallado mucho las primeras actividades de la medida de longitud, con la intención de que puedan ser consultadas y adaptadas al tratamiento de otras medidas siempre que sea necesario.

Después de haber acogido las posibles experiencias espontáneas, que normalmente los pequeños realizan con el propio cuerpo y algunos elementos del entorno inmediato de la clase, y de haberse valido de ellas para realizar un diálogo que nos lleve a unas primeras comparaciones entre longitudes, podemos pasar a trabajar más sistemáticamente los temas que siguen.



TEMAS

Recordemos que cada uno va encabezado con el título (o similar) y el mismo código que lo identifica en la página web del GAMAR (<<http://gamar.udg.edu>>) en el apartado «Materiales», «Medidas», del que hemos suprimido las dos primeras letras (ME) para simplificar la lectura. En el bloque actual, LG significa 'longitud'.

1. COMPARACIONES SENCILLAS DE LONGITUDES

GAMAR LG-02

Ya desde que realizan las actividades del juego heurístico podemos ver a menudo que los niños y niñas de la escuela maternal comparan espontáneamente objetos largos con otros cortos.

A partir de los 3 o 4 años, siguen haciéndolo espontáneamente, y también podemos presentarlo ya, de varias formas, como actividades normales de clase.



ACTIVIDADES

• Con longitudes en los espacios familiares de nuestro entorno

Podemos proponer a los niños y niñas que comparen longitudes muy familiares, como por ejemplo la del pasillo por donde acabamos de pasar y la que podemos andar dando cinco pasos. Estas son longitudes entre las que existe bastante diferencia, y por tanto resultan fáciles.

—¿Qué camino creéis que es más largo?

• **Comparando distancias**

Después podemos proponerles comparar dentro de la clase mismo, a ojo, distancias que vemos, pero que no hemos experimentado directamente puesto que nos quedan un poco lejos. Por ejemplo: la anchura de la pared del fondo y la de una ventana; la altura de un armario y la de un estante al que todos llegan fácilmente:

- ¿Qué os parece que es más alto, el estante del material o aquel armario?
- ¿La pizarra es más larga que esta mesa o más corta?

• **Con objetos cercanos**

Podemos empezar haciendo comparaciones similares a las de antes, pero con objetos más pequeños que tenemos en las manos.

- ¿Este lápiz es más largo o más corto que tu dedo de en medio?
- ¿Este libro (cogiéndolo) es más ancho que este?

• **Con un material preparado: varios listones de madera**

Damos un ejemplo que se puede aplicar a varios listones grandes que tenemos para algunos juegos o construcciones, o bien a listones más pequeños que podemos poner encima de la mesa.

- Buscad un listón que sea más corto que este y más largo que este otro.
- Buscad uno que sea más largo que cada uno de estos dos (después podemos hacer lo mismo con tres).

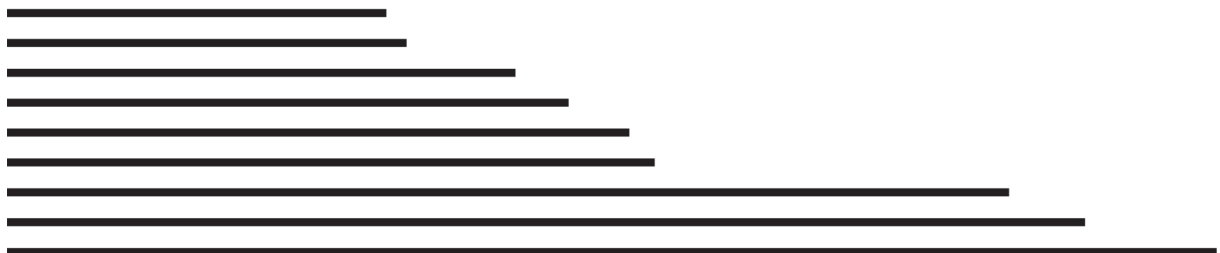
Es muy importante el diálogo que las actividades pueden generar siempre.

2. ORDENACIÓN DE MATERIALES POR SU LONGITUD

GAMAR LG-04

Ordenar es siempre una actividad básica para todas las medidas, y está estrechamente unida al desarrollo del pensamiento lógico. Si los niños y niñas no fueran capaces de ordenar por longitud, sería imprudente plantear que midieran esta magnitud.

Por otra parte, la ordenación según las longitudes es probablemente la ordenación más fácil, y por eso se trata ya de una de las actividades clásicas que se realizan al final de la etapa de Infantil.



ACTIVIDADES

Con los mismos listones empleados en el tema anterior, o con otros objetos adecuados, preferentemente rígidos, que sean fáciles de ordenar por la longitud, podemos realizar, siguiendo la línea y las instrucciones de Maria Montessori, la siguiente actividad.

Presentamos cinco objetos de distintas longitudes. Primero los ordenamos nosotros, sin decir nada, y requerimos que los alumnos, en un grupo pequeño, se fijen muy bien. Después mezclamos los objetos y pedimos a los alumnos:

- Ahora ponedlos vosotros todos ordenados, como he hecho yo, desde el más largo hasta el más corto.
- Y ahora ponedlos ordenados desde el más corto hasta el más largo.

Partiendo de una ordenación ya bien hecha, podemos realizar el siguiente «ejercicio de control»: Se pide a uno de los niños que cierre los ojos; nosotros sacamos un listón, el que nos parezca, del lugar que ocupa en la serie ordenada, y juntamos los demás, como para disimular nuestra acción, poniéndolos aparentemente bien; entonces le pedimos que abra los ojos, que observe bien los listones ordenados y el que hemos separado, y que nos responda a la pregunta:

- ¿Sabes dónde estaba situado, este, antes?

Cuando los niños responden de forma correcta y rápida, podemos estar bastante seguros de que ya tienen asumida la relación de orden y una primera noción de longitud.

3. PRIMERAS ACCIONES PROPIAMENTE CONTABLES

GAMAR LG-06

Dando un paso más, se trata de unir a las acciones presentadas en los temas anteriores, o a otras espontáneas, preguntas que incluyan cantidades concretas.



ACTIVIDADES

• Con materiales

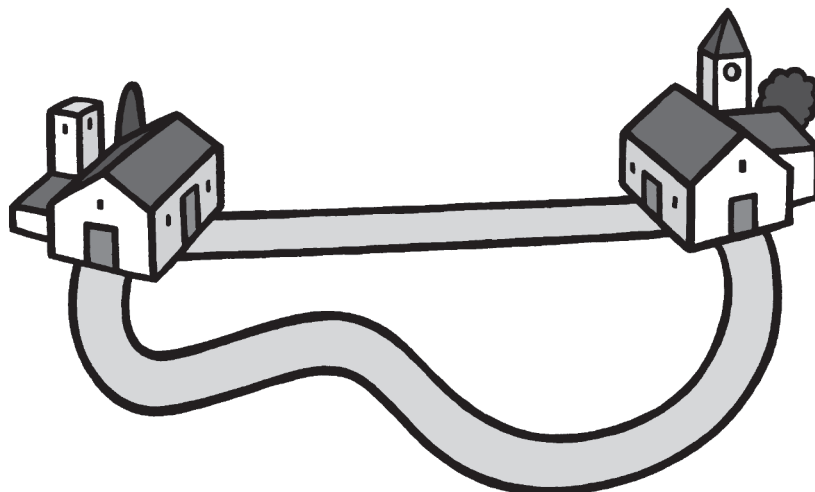
- Buscad un listón que sea tan largo como dos veces este, o sea el doble.
- Ahora buscad uno que sea el triple.

Presentamos uno bastante más largo, y proponemos:

- ¿Cuántas veces creéis que este (el más corto de todos) cabría en el más largo?
- Buscad un listón que sea tan largo como estos dos juntos (podéis mirarlos pero no tocarlos).
- Buscad dos listones diferentes que juntos sean tan largos como el que os enseñó.
- ¿Cuántos como este creéis que vamos a necesitar para formar uno como el más largo?

• Con un dibujo

—Pon dentro de cada carretera una fila de pegatinas de la misma medida bien juntas y mira en cuál de ellas caben más.



—Pinta de rojo la carretera más larga y de amarillo la más corta.

También podéis encontrar varios ejemplos de comparación de longitudes imaginadas y de descomposición de una longitud en varias partes en el Cuaderno de Matemáticas 5, página 14.

4. EMPECEMOS A MEDIR CON UNIDADES CORPORALES

GAMAR LG-08

Es un hecho natural que los niños empiecen tomando como unidad alguna parte de su mismo cuerpo (el pie, un paso, el brazo, la mano, un palmo...), tal como probablemente hicieron los primeros hombres y mujeres de la historia de la humanidad.



ACTIVIDADES

Proponemos un tipo de actividad que podría ser adecuado para niños de 5 años.

- **Queremos saber la distancia que hay desde la mesa de Ana hasta la pared**

Primero pensaremos con qué podemos medirla, con pasos o con pies, poniendo uno detrás del otro. Nos decidimos por la segunda opción.

Un niño o niña hace el camino, bien recto, apoyando el talón de uno de sus pies en una pata de la mesa de Ana, y poniendo el del otro pie allí donde llegue la punta del primero, y así sucesivamente hasta la pared, y todos a la vez van contando cuántos pies se han puesto.

Supongamos que hayan sido doce. Esto nos da una idea de la distancia desde la mesa hasta la pared y nos sirve para compararla con la de otra mesa.

Nota: Es importante poner mucha atención en las posibles dificultades de los niños, que a veces son insospechadas. Por ejemplo: uno de 5 años, después de haber hecho esto, dijo que la distancia era de 2 pies, «porque lo he hecho con los míos, y yo solo tengo 2».

Después discutimos cómo será la distancia desde la mesa de Miguel hasta la pared: más larga o más corta que la de Ana hasta la pared. Como no sacamos nada en claro, repetimos la experiencia con la mesa de Miguel y nos da diez pasos.

Como siempre, pedimos a los niños que lo expresen verbalmente.

- **Otros ejemplos de uso de unidades corporales**

—¿Cuántos niños tumbados en el suelo, colocados uno a continuación del otro, se necesitan para hacer una fila tan larga como el pasillo?

—A ver si sabes mirar tú sola cuántas veces tu mano, abierta de esta manera (en forma de palmo), cabe en uno de los lados largos de mi mesa (habría que mostrar el significado de un palmo, de modo que se viera que estamos hablando de una longitud, y no de toda la mano).

—¿Cuántas veces debes poner un pie a continuación del otro para saber lo ancha que es la clase? (desde esta pared hasta esa).

—¿Cuántas veces tienes que ponerte con los brazos cruzados para saber eso mismo? (de momento lo podemos hacer con muchos niños seguidos).

- **Primeras conclusiones de los alumnos**

Ya desde ese momento, los niños pueden sacar de sus experiencias unas primeras conclusiones muy sencillas, y al mismo tiempo fundamentales.

—¡¡Ahora tenemos unos números con los que podemos decir la longitud de las distancias!! Esto a veces nos puede servir para explicar mejor las cosas.

—Si medimos con los pasos del maestro o con los de un niño, que son mucho más pequeños, los números que resultan son muy diferentes.

- **Posibles comentarios nuestros**

—Si camináramos al lado de esos listones de madera que a veces hemos comparado (en temas anteriores) colocados en el suelo también tendríamos unos números.

Estos números nos permiten hablar con seguridad de la longitud de todas las cosas, aunque hayan pasado muchos días. Basta con haberlos escrito en un papel o en un ordenador y guardarlos.